

# 碳酸盐岩酸蚀蚓孔双重分形描述方法

张合文, 邹洪岚, 刘双双, 鄢雪梅, 梁冲  
(中国石油勘探开发研究院, 北京 100083)

**摘要:**基质酸化是碳酸盐岩油气藏中应用范围最广、最经济有效的增产方式之一,而酸化最典型的特征是形成酸蚀蚓孔。由于酸岩反应影响因素多、蚓孔形态多样、生长随机性强,目前仍未形成对蚓孔的定量描述方法。对碳酸盐岩酸蚀蚓孔的定量描述主要包括确定单蚓孔形态及多蚓孔分布2部分内容,这是优化施工设计、经济有效开发此类油气藏的重要前提。为此,通过多组岩心流动实验,采用三维CT扫描后重组的手段得到了蚓孔的真实形态,并验证了岩心线性和径向流动下蚓孔的分形特征,得到了其分形维数。运用分形几何学方法,建立了单蚓孔等效长度分形计算模型,为从长度和平面分布2个维度定量描述单蚓孔提供了可能。其次,为了明确不同蚓孔在空间分布情况,建立了多蚓孔间竞争分布数学模型,并对其进行了求解和模拟分析,验证了蚓孔间竞争分布的分形性特征。在此基础上,建立了蚓孔分布双重分形模型,为定量描述三维酸蚀蚓孔形态奠定了基础,也为更准确优化酸化施工提供了可能。

**关键词:**采油/气工程;酸化;碳酸盐岩;酸蚀蚓孔;分形

**中图分类号:**TE357      **文献标志码:**A      **文章编号:**1672-1926(2017)03-0466-07

**引用格式:**Zhang Hewen, Zou Honglan, Liu Shuangshuang, et al. Dual fractal model of carbonate acidizing wormholes[J]. Natural Gas Geoscience, 2017, 28(3): 466-472. [张合文, 邹洪岚, 刘双双, 等. 碳酸盐岩酸蚀蚓孔双重分形描述方法[J]. 天然气地球科学, 2017, 28(3): 466-472.]

## 0 引言

碳酸盐岩储层中的油气资源在全世界范围内都占有相当大的比重<sup>[1,2]</sup>,酸化作业具有成本低、工序简单、占井周期短、经济有效等多方面优势<sup>[3-5]</sup>,是开发碳酸盐岩油气藏最重要增产方式之一。碳酸盐岩基质酸化的增产机理是通过酸蚀蚓孔实现的<sup>[6,7]</sup>,由于不同的酸蚀蚓孔形态及分布差异性大,经典数学方法很难对其进行描述和模拟<sup>[8,9]</sup>,但酸蚀蚓孔形态及其分布对酸化设计又至关重要<sup>[10]</sup>,针对这一难题,本文通过室内实验获得了酸蚀蚓孔形态,并利用分形几何方法,对酸蚀蚓孔形态和酸蚀蚓孔间的竞争分布进行了双重分形建模,建立了描述酸蚀蚓孔分布的数学模型。

## 1 酸岩流动实验

我们对从伊拉克取来的岩心进行了酸化流动实验和蚓孔观测实验,使用的仪器为短岩心流动仪,其装置见图1。该流动仪能加温至120℃,注入压力可达25MPa,数据的采集和处理通过计算机完成。

岩心首先用标准盐水( $7\% \text{NaCl} + 0.6\% \text{CaCl}_2 + 0.4\% \text{MgCl}_2$ )饱和,装入岩心夹持器,加围压18MPa,设置实验温度90℃,采用精密恒流泵以恒定排量注入盐水,待排量稳定后开始注入酸液,采用电子天平测量出口液量,采用差压传感器测量岩心两端的压差。当压差突变为0,出口出现大量酸液,实验结束,得到酸化突破的孔隙体积<sup>[11]</sup>。

为了更加直观地描述和观察酸蚀蚓孔形态,采

收稿日期:2016-12-02;修回日期:2017-01-18.

基金项目:国家自然科学基金项目“复杂非均质碳酸盐岩储层水平井酸化高效布酸基础理论研究”(编号:51474182);国家科技重大专项“复杂碳酸盐岩油气藏采油采气关键技术研究与应用”(编号:201700503005)联合资助。

作者简介:张合文(1982-),男,山东菏泽人,工程师,博士,主要从事油气藏增产改造方面的工作.E-mail:etczhanghw@163.com.

用 CT 扫描技术,将酸化后岩心切成 150~200 片,并对每片岩块进行  $512 \times 512$  像素扫描,然后将扫描

结果进行组合,便得到了酸化后岩心孔隙分布及蜗孔扩展形态三维物理模型(图 2)。

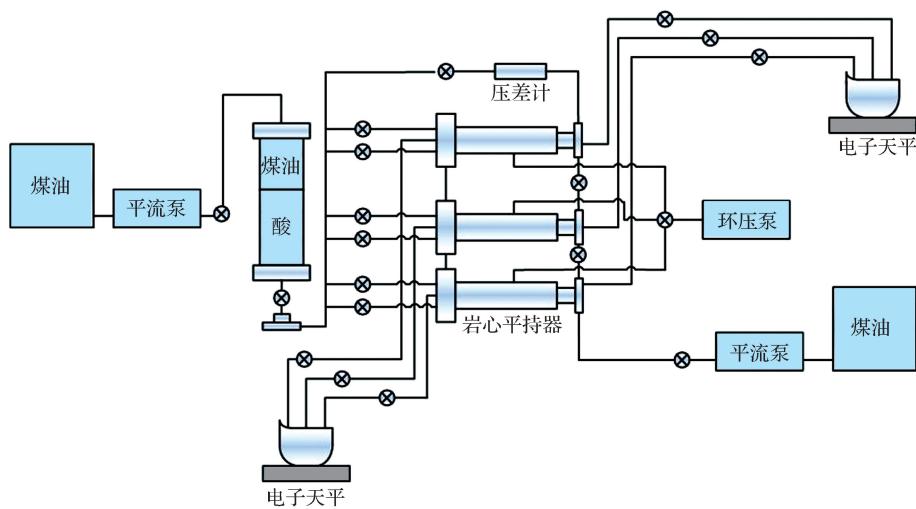


图 1 酸岩流动实验装置

Fig.1 Acid-rock flowing experiment schematics

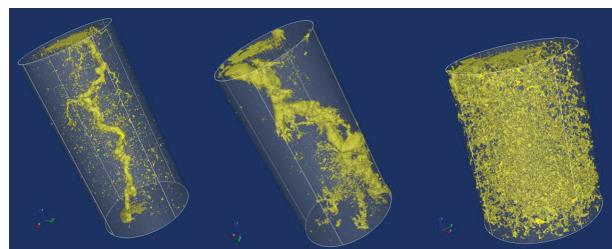


图 2 三维 CT 扫描得到的不同酸蚀蜗孔形态

Fig.2 Different wormhole shapes obtained by 3-D CT scan

对于岩心 CT 扫描得到的酸蚀蜗孔形态,其分形维数的求取方法为:用边长为  $r_{wh}$  的正方形去覆盖溶蚀孔,将溶蚀孔分别分成  $4, 8, 16, \dots, 2^n$  个小网格,其对应的长度值  $r$  为  $r_{wh}$  的  $1/2, 1/4, 1/8, \dots, 1/2^{n-1}$ 。数出每次分割后溶蚀孔所覆盖的网格数,从而得到一系列  $N(r)$  值,将  $N(r)$  和  $r$  在双对数坐标系中作图,采用最小二乘法线性拟合,得到的斜率即为酸蚀蜗孔的分形维数,结果见表 1。

表 1 不同形态单蜗孔分形维数

Table 1 Fractal dimensions of different single wormhole

单蜗孔形态	1	2	3
分形维	1.63	1.62	1.98

由于实验都是针对线性小岩心进行的,但是实际作业中径向流动方式更为广泛,且径向流动更符合酸液在实际油藏中流动状态。通过调研,Darren 等<sup>[12]</sup>进行了超大尺寸岩心酸化试验,岩心体积达

到  $0.40\text{m}^3$ 、重量达  $1\text{t}$ <sup>[12]</sup>(图 3),且得到了蜗孔 CT 扫描形态,但未对蜗孔形态进行分析和研究。因此,与线性流动下的酸蚀蜗孔分析方法类似,在 Darren 等<sup>[12]</sup>研究基础上,验证了不同截面上蜗孔的分形性特征(图 4),并得到了不同蜗孔形态的分形维(表 2)。

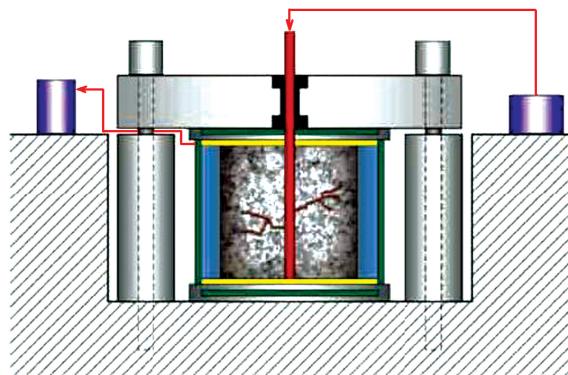


图 3 超大尺寸岩心径向流动实验装置示意

Fig.3 Acid-rock radial flowing experiment schematics

与井筒相垂直平面上的酸蚀蜗孔发育情况,等同于圆盘岩心试验中得到的蜗孔形态。从不同位置处 CT 扫描结果看,网格尺寸与蜗孔所占单元个数在双对数坐标系中呈较好的线性关系,表明酸蚀蜗孔具有较好的分形性,分形维数为  $1.46\sim1.57$ 。

鉴于酸岩反应影响因素多、酸岩反应速度较快、难于控制,以及实验设备和实验条件的限制,公认的有 4~5 种经典酸蚀蜗孔形态,只通过实验不能全部

得到。从实验及分析结果来看,形成的酸蚀主蜗孔具有很好的分形性,其分形维数为1.5~1.7,与已发表的文献给出的1.6左右的数值非常接近<sup>[13-16]</sup>。对

于形成均匀溶蚀的蜗孔而言,其分形维数为1.98,这是由于泵注速度低、溶蚀较快导致整个岩心平面接近于全部反应,符合二维欧氏空间情况。

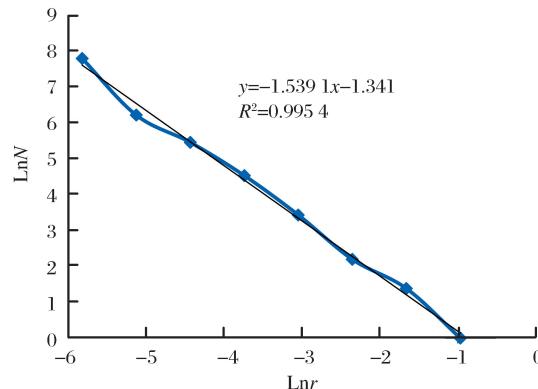
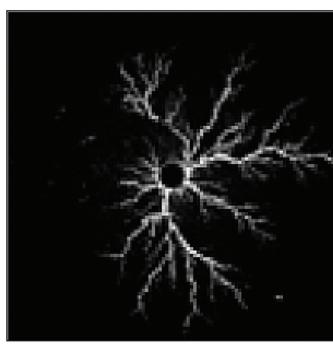


图4 某截面蜗孔形态及分形性

Fig.4 Wormhole shape and its fractal of certain section

从分形维大小来分析,形成的主蜗孔其分形维数较小,蜗孔长度较长,用酸量少、穿透深度大、解堵效果好且针对性较强,属于较优蜗孔形态;对于面溶蚀和均匀溶蚀等分形维数较大的情况,主要起到了扩大孔隙直径的目的,酸液消耗量大,且解堵效果并不理想。因此,实际施工中应以形成主蜗孔为目的。

表2 不同截面上蜗孔分形维数

Table 2 Wormhole fractal dimensions of different section

序号	1	2	3	4
分形维	1.54	1.46	1.57	1.56

## 2 单蜗孔形态分形模型

由实验分析结果可知,无论是线性流动还是径向流动得到的酸蚀蜗孔都满足分形特征,因此,结合分形几何学,对单蜗孔分形模型做如下假设条件:储层均质、各向同性,不考虑天然裂缝的存在;储层石灰岩含量高,盐酸与基质反应速度极快;酸液流经处的碳酸钙完全溶解,反应前缘之后的盐酸浓度保持为鲜酸浓度,反应之后的盐酸为残酸,全部反应完成之后的酸浓度都为残酸浓度,分布于酸蚀蜗孔沟通的区域之内,且残酸不与碳酸钙发生反应;鉴于碳酸钙含量极高,酸液只在与碳酸钙反应中消耗,不与其他物质反应消耗。

对于分形维数为 $d_f$ 的分形体,某一半径范围内其所覆盖的区域面积为:

$$A = Cr_{\text{WH}}^{d_f} \quad (1)$$

其中C为一比例常数,它对于特定的酸岩反应

系统来说是一个特定的值,且在整个酸蚀蜗孔从无到有、从小到大的生长过程中都保持不变。

对于具有分形特征的酸蚀蜗孔而言,设具有分形特征的酸蚀蜗孔外端半径为 $r_{\text{WH}}$ ,则从注入点开始计算得到的酸蚀蜗孔覆盖面积为:

$$A_0 = Cr_{\text{WH}}^{d_f} \quad (2)$$

酸蚀蜗孔实际覆盖面积应该除去井筒半径范围内的酸蚀蜗孔覆盖面积,其覆盖面积为:

$$A_1 = Cr_w^{d_f} \quad (3)$$

故 $r_{\text{WH}}$ 范围内酸蚀蜗孔实际覆盖面积 $A_{\text{WH}}$ 为:

$$A_{\text{WH}} = A_0 - A_1 = C(r_{\text{WH}}^{d_f} - r_w^{d_f}) \quad (4)$$

酸蚀蜗孔覆盖面积内溶解的岩石体积为:

$$V_{\text{rock}} = A_{\text{WH}} H_t (1 - \Phi) \\ = C(r_{\text{WH}}^{d_f} - r_w^{d_f}) H_t (1 - \Phi) \quad (5)$$

式中: $H_t$ 为酸化井段长度; $\Phi$ 为未受污染的储层原始孔隙度。

根据酸岩反应方程,定义反应化学当量这一物理量:参加反应的各种反应物与各生成物之间的比例。注入的酸液主要作用为:在成为残酸之前与酸蚀蜗孔覆盖体积内的矿物反应,故所需盐酸体积可以表示为:

$$V_{\text{cid}} = \frac{\beta V_{\text{rock}} \rho_{\text{mineral}}}{M_{\text{mineral}} (C_{\text{acid}} - C_{\text{residual}})} + V_{\text{loss}} \quad (6)$$

式中: $\beta$ =酸液消耗摩尔数/溶解石灰岩摩尔数,代表酸与碳酸盐岩的反应当量; $\rho_{\text{mineral}}$ 为矿物密度, $\text{g}/\text{cm}^3$ ; $M_{\text{mineral}}$ 为矿物摩尔质量, $\text{g}/\text{mol}$ ; $C_{\text{acid}}$ 为鲜酸摩尔浓度, $\text{mol}/\text{cm}^3$ ; $C_{\text{residual}}$ 为残酸摩尔浓度, $\text{mol}/\text{cm}^3$ ; $V_{\text{loss}}$ 为酸

液损失体积,  $m^3$ ;  $V_{acid}$  为盐酸体积,  $m^3$ 。

将一定体积酸液得到的酸蚀孔的等效半径设为  $r_{eq}$ , 此时的酸蚀孔遵循分形生长规律, 忽略酸液损失, 用等效半径代替酸蚀孔长度后可得:

$$r_{eq} = \left( \frac{V_{acid}(C_{acid} - C_{residual})M_{mineral}}{\beta CH_t(1-\Phi)\rho_{mineral}} + r_w^{d_f} \right)^{1/d_f} \quad (7)$$

设:

$$N_{ac} = \frac{(C_{acid} - C_{residual})\Phi M_{mineral}}{\beta(1-\Phi)\rho_{mineral}} \quad (8)$$

$N_{ac}$  表示一体积的酸液可以溶解的岩石体积内的孔隙体积, 是酸溶解能力的表示, 称为酸能力数。其中,  $C_{acid}$  和  $C_{residual}$  分别表示鲜酸和残酸的浓度,  $mol/cm^3$ 。酸蚀孔等效半径可以简化为:

$$r_{eq} = \left( \frac{V_{acid} N_{ac}}{\Phi CH_t} + r_w^{d_f} \right)^{1/d_f} \quad (9)$$

该式即为单孔分布分形模型, 它包含了孔洞长度和平面分布两方面的信息。

### 3 多孔竞争分布双重分形模型

根据 Golfier 等<sup>[17]</sup>于 2001 年和 2002 年提出的理论建立相应的数值模型, 包括流动方程、酸液迁移方程、岩石和流体质量守恒方程。流动方程可以表示为:

$$\frac{\mu}{\varphi} \nabla V - \nabla P - \mu K^{-1} \times V = 0 \quad (10)$$

式中:  $V$  为速度;  $P$  为压力;  $\mu$  为黏度;  $K$  和  $\varphi$  分别为渗透率和孔隙度。

该流动方程包含了 Stokes 和 Darcy 流动, 在孔隙范围内, Darcy 定律为主, 在酸蚀孔内, 模型类似于 Stokes 方程。

酸液质量守恒方程:

$$\varphi \frac{\partial C}{\partial t} + V \times \nabla C = \nabla \times (D^* \times \nabla C) - \alpha C \quad (11)$$

由酸液消耗引起的质量守恒方程——孔隙度方程:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\alpha \beta C}{\rho} \quad (12)$$

式中:  $\beta$  为化学反应当量系数; 传质系数  $\alpha$  和扩散系数  $D^*$  是通过二维或三维孔隙尺度单元计算得到的。定义如下无因次变量:

$$V' = \frac{V}{v_0} C' = \frac{C}{c_0} t' = \frac{v_0 t}{l} x' = \frac{x}{l} D' = \frac{D^*}{D} Pe = \frac{v_0 l}{D} Da = \frac{\alpha l}{v_0} N_{ac} = \frac{\varphi c_0 \beta}{(1-\varphi) \rho} \quad (13)$$

式中:  $v_0$  和  $c_0$  为注入端参数; 无因次 Peclet 数  $Pe$  代

表对流与扩散比值 Damkohler 数  $Da$  代表运移单位体积的酸液中实际消耗体积而酸能力数  $N_{ac}$  表示单位体积酸液所溶解的岩石体积。无因次化处理后有:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t'} = \frac{1-\varphi}{\varphi} Da N_{ac} C' \quad (14)$$

给定如下参数:  $\mu, \phi, \rho, D, K, \alpha, N_{ac}$ , 根据给定的参数和排量值, 可以对质量守恒方程和孔隙度方程进行求解, 得到酸蚀孔生长情况。为了研究酸蚀孔的分布规律, 通过模拟不同泵注速度下酸蚀孔分布, 对距离注入端不同距离处的酸蚀孔数进行了统计, 并分别就不同注入速度下酸蚀孔个数和距离的关系进行了统计作图(图 5)。

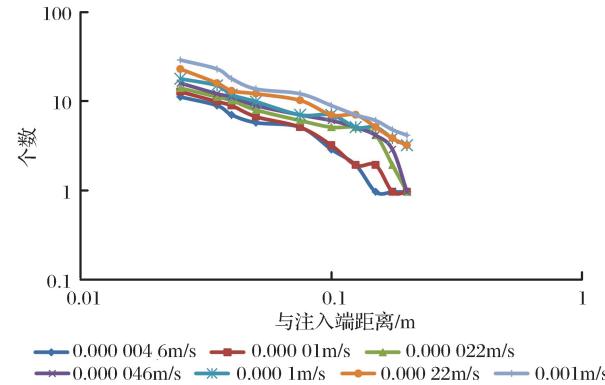


图 5 不同泵注速度下孔洞个数随长度的变化

Fig.5 Wormhole distribution under different pumping rate

从结果可以看出(图 5), 不同的泵注速度下, 酸蚀孔的个数与距入口端距离在双对数坐标系中呈较好的线性关系, 表明酸蚀孔在纵向上满足分形特征。且不同泵注速度下的曲线基本呈平行走势, 说明斜率基本一致, 而斜率则恰好为其分形维数, 设为  $d_{f2}$ , 此分形维数表示不同孔洞间竞争分布情况, 与单孔形态分形维  $d_{f1}$  共同构成孔洞的双重分形描述方法。

从分形维数的数值分析(表 3), 随着泵注速度的不断增加, 分形维由大变小, 结合泵注速度与溶蚀形态的对比, 可以得出: 泵注速度较低时, 酸蚀孔普遍较短, 因此分形维数较大; 随着泵注速度的提高, 酸蚀孔长度增加、个数也较低排量时增多, 因此, 分形维数呈下降的趋势。

由以上分析可知, 等效孔洞长度与大于该长度的酸蚀孔个数呈幂律关系, 因此, 酸蚀孔间竞争分布分形模型可以表示为:

$$N(r) = br^{-d_{f2}} \quad (15)$$

式中:  $b$  为分布系数;  $d_{f2}$  为酸蚀孔沿井筒分布的

第二分形维数。

#### 4 模型求解

从酸蚀廊孔竞争分布分形模型可以看出,模型中有廊孔个数和分布系数2个未知参数,如果要对方程进行求解,最大廊孔长度,即廊孔个数为1时的廊孔长度的计算非常重要,可以用它来得到分布系数值。由于酸蚀廊孔等效长度计算模型是在假设酸

蚀廊孔在整个处理层段上连续分布的条件下得到的,而实际上酸蚀廊孔之间是相互独立、并呈竞争关系分布的,因此可以假设:①酸蚀廊孔呈等直径、不同长度的毛细管形式向地层中延伸;②酸蚀廊孔分布于众多与井筒相垂直的截面内;③单一平面内酸蚀廊孔等效长度满足之前推导出的分形计算模型;④由于酸蚀廊孔间存在竞争,假设其沿井筒的分布符合分形规律,设其分形维数为第二分形维数 $d_{f2}$ 。

表3 不同泵注速度下酸蚀廊孔分布的分形维数

Table 3 Fractal dimension of wormholes competitive distribution under different pumping rate

泵注速度/(m·s <sup>-1</sup> )	$4.6 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-5}$	$2.2 \times 10^{-5}$	$4.6 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-4}$	$2.2 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-3}$
分形维数	1.73	1.76	1.7	1.69	1.35	1.43	1.43

对酸蚀廊孔间竞争分布分形模型(式16)求导,可以得到长度在 $r-r+dr$ 之间的廊孔个数(图6):

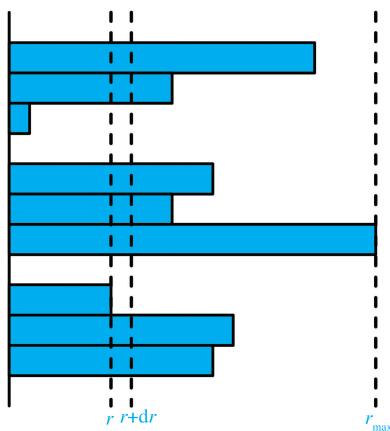


图6 最大廊孔长度计算模型示意

Fig.6 Schematic of the maximum wormhole length calculating model

$$-dN(r)=d_{f2}br^{-d_{f2}-1}dr \quad (16)$$

对于长度为 $r$ 的酸蚀廊孔,因其分布满足分形特征,故其所占体积为:

$$V'=Cr^{d_f}h \quad (17)$$

式中:C为常数; $d_f$ 为平面上酸蚀廊孔分布的第一分形维; $h$ 为酸蚀廊孔直径。

由于酸蚀廊孔直径各不相同,但是考虑到与长度相比,直径的尺度较小,其差异可以忽略不计,故可以将直径等效为同一数值,则所有酸蚀廊孔占据的总体积为:

$$\begin{aligned} V &= \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} Cr^{d_f} h (d_{f2}br^{-d_{f2}-1}) dr \\ &= \frac{Chd_{f2}b}{d_f - d_{f2}} (r_{\max}^{d_f - d_{f2}} - r_{\min}^{d_f - d_{f2}}) \end{aligned} \quad (18)$$

酸蚀廊孔体积由孔隙体积和酸液溶解岩石后的体积所组成,假设储层为孔隙均匀分布的均质油藏,且总体积中孔隙体积和溶解岩石释放的体积呈固定比例,该比值为 $\phi/(1-\phi)$ ,根据酸岩反应方程,总体积与酸液体积存在如下关系式:

$$V_{acid} N_{ac} = V \quad (19)$$

代入式8所定义的酸能力数 $N_{ac}$ ,对方程积分后求解,同时考虑到廊孔长度最小值与最大值相比而言可以忽略,则酸蚀廊孔最大长度可以表示为:

$$r_{\max} = \left( V_{acid} N_{ac} \frac{d_f - d_{f2}}{Chd_{f2}b} \right)^{\frac{1}{d_f - d_{f2}}} \quad (20)$$

最大酸蚀廊孔长度是求取所有酸蚀廊孔长度及分布的最重要一步,以多廊孔间竞争分布分形模型为媒介,可以求得不同长度下的廊孔个数。并且,在此基础上,可以进一步建立考虑酸蚀廊孔分形分布的表皮系数计算模型和产能分析模型,指导施工设计,实现碳酸盐岩油气藏的经济有效开发。

#### 5 应用实例

根据得到的模型,结合现场实际数据(表4),对酸蚀廊孔形态进行了模拟分析(图7)。

不同的用酸强度、泵注速度下会得到不同的酸蚀廊孔形态,通过模拟对比,形成主廊孔时用酸量较少,且廊孔穿透距离较长,分形维数相对较低,是现场施工需要达到的较优参数状态,对节约作业成本和提高增产效果都有很好的指导作用。

#### 6 结论

(1)不论是酸岩线性流动还是径向流动实验,形成的酸蚀廊孔都具有较好的分形特征,满足分形定

义,求得的其分形维数在 $1.46\sim1.63$ 之间,与已发表文献给出的1.6左右的研究结果非常接近。

表4 模拟蚓孔形态所需的输入参数

Table 4 Input parameters for wormhole simulation

名称	数值	名称	数值
深度( $H$ ) /cm	2 000	用酸强度( $V_{acid}$ ) $(\times 10^4 \text{ cm}^3/\text{cm})$	1.5
孔隙度( $\Phi$ )/小数	0.2	井筒半径( $R_w$ )/cm	17.7
酸浓度( $C_{acid}$ )/%	20	平面分形维数( $d_f$ )	1.7
残酸浓度( $C_{residual}$ )/%	3	Nac数( $N_{ac}$ )	0.007 6
酸液密度( $\rho_{acid}$ ) /(g/cm <sup>3</sup> )	1.1	供液半径/cm	40 000
岩石密度( $\rho_{rock}$ ) /(g/cm <sup>3</sup> )	2.3	分布分形维数( $d_{f2}$ )	1.3~1.7

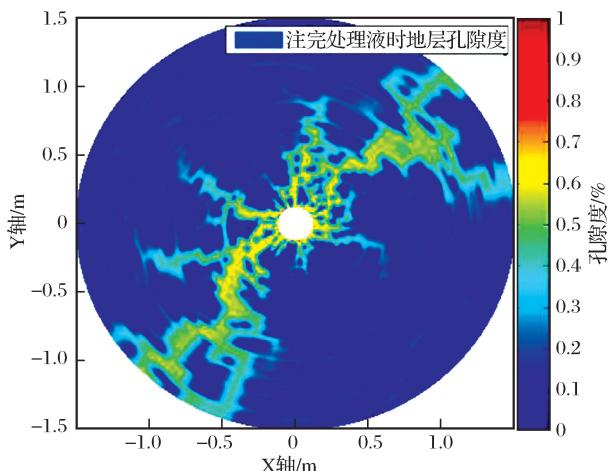


图7 酸处理后形成的蚓孔形态

Fig.7 Wormhole shape after acidizing

(2)建立的单蚓孔分形模型可以描述单个蚓孔在平面上的分布及扩展长度,定量计算给定参数条件下的酸蚀蚓孔等效长度,直观描述酸液作用距离。

(3)论证了多蚓孔间竞争分布的分形性,建立的双重分形模型能够定量计算不同长度的蚓孔数量,根据推导的最大蚓孔长度计算方程可以得到分布系数,进而求解方程。

## 参考文献(References)

- [1] Jia Xiaole, He Deingfa, Tong Xiaoguang, et al. Distribution of global giant oil and gas field[J]. China Petroleum Exploration, 2011, 3: 1-7. [贾小乐, 何登发, 童晓光, 等. 全球大油气田分布特征[J]. 中国石油勘探, 2011, 3: 1-7.]
- [2] Wang Zhecheng, Zhao Wenzhi, Hu Suyun, et al. Reservoir types and distribution characteristics of large marine carbonate oil and gas field in China[J]. Oil & Gas Geology, 2013, 34 (2): 153-159. [汪泽成, 赵文智, 胡素云, 等. 我国海相碳酸盐岩大油气田油藏类型及分布特征[J]. 石油与天然气地质, 2013, 34(2): 153-159.]

2013, 34(2): 153-159.]

- [3] Konstantin M F, Alexander S S, Tayana A K. Carbonate acidizing: conjunction[C]//paper 136409-MS presented at the SPE Russian Oil and Gas Conference and Exhibition, 26-28 October 2010, Moscow, Russia. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/136409-MS>.
- [4] Robert S T, Glen C F, Fraser M. Acidizing—lessons from the past and new opportunities[C]//paper 162238-MS presented at the SPE Canadian Unconventional Resources Conference, 30 October-1 November 2012, Calgary, Alberta, Canada. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/162238-MS>.
- [5] Albertus R, Curtis W L, Edin O. Managing uncertainty of reservoir heterogeneity and optimizing acid placement in thick carbonate reservoirs[C]//paper 155079-MS presented at the SPE International Production and Operations Conference & Exhibition, 14-16 May 2012, Doha, Qatar. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/155079-MS>.
- [6] Gerard G, Nitika K, Malcolm S T. The optimum injection rate for wormhole propagation: myth or reality [C]//paper 121464-MS presented at the 8<sup>th</sup> European Formation Damage Conference, 27-29 May 2009, Scheveningen, The Netherlands. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/121464-MS>.
- [7] Tianping Huang, ADHill, RSSchechter. Reaction rate and fluid loss: the keys to wormhole initiation and propagation in carbonate acidizing[J]. SPE Journal, 2000, 5(3): 287-292.
- [8] Gerard G, Diederik W B, Mary S D, et al. Field validation of acidizing wormhole models[C]//paper 94695-MS presented at the SPE European Formation Damage Conference, 25-27 May 2005, Scheveningen, The Netherlands. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/94695-MS>.
- [9] Chen Gengliang, Huang Ying. Mechanism analyzing of carbonate acidization[J]. Natural Gas Industry, 2006, 26 (1): 104-108. [陈赓良, 黄瑛. 碳酸盐岩酸化反应机理分析[J]. 天然气工业, 2006, 26(1): 104-108.]
- [10] Ahmed M G, Andrea N P, Jennifer C, et al. Insights of wormhole propagation during carbonate acidizing: constant pressure vs. constant rate[C]//paper 174790-MS presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 28-30 September 2015, Houston, Texas, USA. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/174790-MS>.
- [11] Suneet S, Ding Z, Hill A D. The effect of phase saturation conditions on wormhole propagation in carbonate acidizing[J]. SPE Journal, 2006, 11(3): 273-281.
- [12] Darren M, Shalawn J, Chris S, et al. Understanding wormholes in carbonates: Unprecedented experimental scale and 3D visualization[J]. Journal of Petroleum Engineers, 2010, 62 (10): 78-21.
- [13] Priyank M, Vemuri B. 3D simulation of carbonate acidization with HCl: comparison with experiments[C]//paper 164517-MS presented at the SPE Production and Operations Symposium, 23-26 March 2013, Oklahoma City, Oklahoma, USA. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/164517-MS>.

- [14] Zhang Rusheng, Lu Yongjun, Ding Yunhong. New progress of wormhole during carbonate matrix acidizing or acid-fracturing [J]. Oilfield Chemistry, 2005, 22(3): 276-278. [张汝生, 卢拥军, 丁云宏. 碳酸盐岩基质酸化/酸压裂中形成蚀孔研究新进展[J]. 油田化学, 2005, 22(3): 276-278.]
- [15] Li Xiaogang, Yang Zhaozhong, Su Zhengjian, et al. Fractal mathematic model for 3D acid corrosion of rough carbonate rock particles [J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2010, 31(2): 167-170. [李小刚, 杨兆中, 苏建政, 等. 粗糙颗粒碳酸盐岩三维酸蚀分形数学模型[J]. 新疆石油地质, 2010, 31(2): 167-170.]
- [16] Liu Ming, Zhang Shicheng, Mou Jianye. Fractal nature of acid-etched wormholes and the influence of acid type on wormholes [J]. Petroleum Exploration and Development, 2012, 39(5): 591-596. [柳明, 张士诚, 牟建业. 酸蚀蚀孔的分形性和酸液类型对蚀孔的影响[J]. 石油勘探与开发, 2012, 39(5): 591-596.]
- [17] Golfier F, Bazin B, Zarcone C, Lernormand R, Lasseux D, Quintard M. Acidizing carbonate reservoirs: numerical modeling of wormhole propagation and comparison to experiments [C]//paper 68922-MS presented at the SPE European Formation Damage Conference, 21-22 May 2001, The Hague, Netherlands. DOI: <http://dx.doi.org/10.2118/68922-MS>.

## Dual fractal model of carbonate acidizing wormholes

Zhang He-wen, Zou Hong-lan, Liu Shuang-shuang, Yan Xue-mei, Liang Chong  
(Research Institute of Petroleum Exploration & Development, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Matrix acidizing is one of the most popular and cost-efficient method for carbonate stimulation. The main characteristic of carbonate acidizing is forming wormholes. Until now, there is no effective model to describe these wormholes quantitatively, because of so many affecting parameters, wormhole types and their growing randomness. There are two main parts to calculate carbonate acidizing wormholes parameters, distribution and its length of single wormhole and competition relationship between several wormholes. This is an important prerequisite to optimize the acidizing treatment design and develop such carbonate reservoir cost-effectively. To this end, several sets of core flow experiments were completed, and the actual shape of wormhole were reorganized using three dimensional computed tomography scan facility. By analyzing these wormholes, fractal characteristic was proved to be both of linear and radial flow status. Their fractal dimensions, which are key parameter for describing fractal geometry, were given then. Based on previous conclusions, fractal model of single wormhole equivalent length was established, which make it possible to describe wormhole considering both length and plane distribution. Secondly, in order to clarify the relationship between several different wormholes, competition mathematic model of multiple wormholes was given. After solution and simulation analysis of this model, its fractal characteristic and fractal dimension were also obtained. On this basis, dual fractal mathematic model of wormholes was finally established, which make it possible to describe three-dimensional shape of wormhole quantitatively and optimize a more accurate acidizing treatment design.

**Key words:** Oil/gas production engineering; Acidizing; Carbonate; Wormhole; Fractal